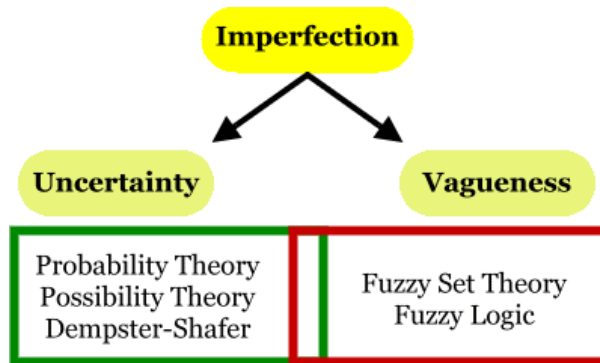


國立臺北大學自然資源與環境管理研究所  
109 學年度第二學期 『環境系統分析專題』

課程講義(12)：模糊理論與灰色系統  
Fuzzy Set Theory and Grey Information System

● FUZZY LOGIC AND PROBABILITY THEORY

- Imperfection: Vague (Ill-defined, Fuzzy) Data; Uncertainty (Randomness)
- Fuzzy logic is mainly responsible for representation and processing of vague data.
- Probability theory is mainly responsible for representation and processing of uncertainty.



Imperfection and theories to handle it

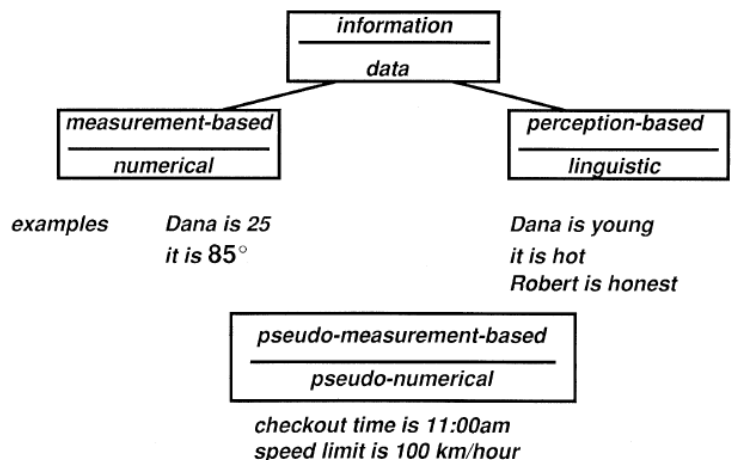
(<http://www.facweb.iitkgp.ac.in/~shamik/spring2008/sca/tutorials/download/pami.uwaterloo.ca/tizhoosh/probability.htm>)

Probability Measure	Membership Function
Calculates the probability that an <b>ill-known variable</b> ranging on U hits the <b>well-known set</b>	Calculates the membership of a <b>well-known variable</b> ranging on U hits the <b>ill-known set</b>
Before an event happens	After it happened
Measure Theory	Set Theory
Domain is $2^U$ (Boolean Algebra)	Domain is $[0,1]U$ (Cannot be a Boolean Algebra)

- Structure of information: measurement-based, perception-based and pseudo-measurement-based information. ([Zadeh, 2002](#))\*

● FUZZY SETS

- Crisp Sets vs. Fuzzy Sets
- Membership Functions and Properties of Fuzzy Sets
  - ⇒ Membership Functions: Non-Increasing, Non-Decreasing, Triangular, and Trapezoid
  - ⇒ Properties of Fuzzy Sets?
- Fuzzy Logics and Fuzzy Control
- Decision Variables with Vagueness
  - ⇒ Fuzzy Programming
- Fuzzy Granulation => An Emerging Extension



- FUZZY PROGRAMMING
  - Constraint Fuzziness: Inequities vs. Equations
  - Fuzziness in Objective Functions: Non-Decreasing and Non-Increasing Functions
  - Fuzzy Linear Programming
    - ⇒ Classification: Symmetric and Non-Symmetric
    - ⇒ Assumptions: Linear Membership Functions and Max-Min Operator
    - ⇒ Verdegay Approach; Werner Approach; Zimmermann Approach; Chanas Approach
  
- GREY SYSTEMS
  - Grey Numbers
    - ⇒ Grey Information vs. White Information and Black Information
    - ⇒ Intervals => Interval Arithmetic
  - Grey Systems: Systems with Grey Numbers
  - Algebra of Grey Numbers and Operators for Grey Numbers
  - Whitened (Mid-)Value and Grey Width
  - [Interval Arithmetic](#)
  
- GREY LINEAR PROGRAMMING
  - All of the Decision Variables and Coefficients (Parameters) are Random
  - Division of the GLP Model
    - ⇒ Sign of the Cost Coefficients; Two Sub-Models => Stability

**模糊數學** ([https://web.math.sinica.edu.tw/math\\_media/d181/18102.pdf](https://web.math.sinica.edu.tw/math_media/d181/18102.pdf)，數學傳播，第 18 卷第 1 期，1994)  
 ...模糊 (Fuzzy) 的名詞時，著實對它是“模糊不清”，只知道其簡單定義，也知道它被用來表示不確定性 (uncertainty)。我本身是研究統計的，統計不就是在探討不確定性嗎？而統計上的不確定性正就是機率所表達的隨機性 (randomness)，我實在好奇到底什麼是模糊理論所表達的不確定性，因此開始嘗試去了解探究它，終於體認到兩者所代表的不確定性確實有所不同，這使我產生極大的震撼與衝擊，本來一直認為隨機性就是不確定性的唯一現象，現在我更看到不確定性的另一種現象，即是所謂的模糊性 (fuzziness)。簡單地說，機率上的隨機性是代表著發生的不確定，此經由機率測度函數 (probability measure function) 來表示；而模糊理論所描述的模糊性乃是隸屬程度上的不確定，此借由隸屬函數 (membership function) 來表達。...假若我們用美與不美來表達我們對一個人外觀的感受，以機率的角來描述，若我們認定此人是美的機率為 0.4，則此人被認為不美的機率應該就是 0.6 了。你是否覺得這樣的描述很怪異。我想我們若認為此人屬於美是 0.4，則我們也可能認為此人屬於不美也是 0.4 而不必定是 0.6。這個現象是為什麼呢？原因就是美與不美的認定不應該是可加性的，也不合適用機率的特性來描述。事實上，美與不美往往是個人的感覺與認定，很難有明確的定義，其本身就具有模糊特性。

**灰色系統**(<https://baike.baidu.com/item/灰色系统>)

.....华中科技大学控制科学与工程系教授，博士生导师邓聚龙于 1982 年提出的。

信息不完整的系统称为灰色系统。信息不完全一般指：系统因素不完全明确；因素关系不完全清楚；系统结构不完全知道；系统的作用原理不完全明了。

灰数和灰元和灰关系：灰数、灰元、灰关系是灰色现象的特征，是灰色系统的标志。灰数是指信息不完整的数，即只知大概范围而不知其确切值的数，灰数是一个数集；灰元是指信息不完整的元素；灰关系是指信息不完整的关系。