

MACROECONOMICS

Homework # 8

Due: May 21, 2024

1. 我們在課堂證明李嘉圖均等定理 (*Ricardian Equivalence Theorem*, RET), 用的是兩期模型, 譬如我們假設有如下的兩期政府終身預算限制式:

$$(A) \quad G_1 + \frac{G_2}{1+r} = T_1 + \frac{T_2}{1+r}, \text{ 如果我們想像政府可以維持 } t \text{ 期, 則可得:}$$

$$(B) \quad G_1 + \frac{G_2}{1+r} + \frac{G_3}{(1+r)^2} + \dots + \frac{G_t}{(1+r)^{t-1}} = T_1 + \frac{T_2}{1+r} + \frac{T_3}{(1+r)^2} + \dots + \frac{T_t}{(1+r)^{t-1}},$$

- (1) 假設人民有理性預期, 政府一直用定額稅來融通其支出, 各期借貸市場 (包括政府公債和民間公司債等市場) 都是完全的 (即做完全資本市場 (*perfect capital markets*) 的假設), 且政府和人民的規劃期間 (*planning horizon*) 相同,¹ 請在 (B) 式的情形下, 證明 RET 仍然成立。(30%)
- (2) 如果我們想像政府可以維持無窮期 (即 $t \rightarrow \infty$), 即假設:

$$(C) \quad G_1 + \frac{G_2}{1+r} + \frac{G_3}{(1+r)^2} + \dots = T_1 + \frac{T_2}{1+r} + \frac{T_3}{(1+r)^2} + \dots$$

請在 (C) 式的情形下, 證明 RET 仍然成立。(20%)

2. 一般教科書都強調效率和公平通常無法兼顧, 請根據 Frank Ramsey 的反彈性法則 (*reciprocal elasticity rule*) 回答以下問題:
- (1) 由反彈性法則計算出的消費稅是最有效率還是最公平的稅率?(20%)
- (2) 如果你認為由反彈性法則計算出的消費稅最有效率, 那麼它為什麼不公平? 如果你認為由反彈性法則計算出的消費稅最公平, 那麼它為什麼沒效率? 試說明之。(30%)

¹ 以上即哈佛大學教授 Robert J. Barro 在 1974 年提出 RET 成立時的四個假設。

作業簡答

1. (1) 全體人民的賦稅現值在公債融通下為：

$$PV^B = -1 + \frac{r}{1+r} + \frac{r}{(1+r)^2} + \dots + \frac{r}{(1+r)^{t-2}} + \frac{1+r}{(1+r)^{t-1}},$$

因為第一期發公債故少課一元的稅，第二期到第 $t-1$ 期每期都要支付公債利息，因此會多課 r 元的稅，最後一期因為要償還本金和最後一次利息，因此會課 $1+r$ 元的稅。而若政府以定額稅來融通支出，則全體人民的賦稅現值為：

$$PV^T = 1 - \frac{r}{1+r} - \frac{r}{(1+r)^2} - \dots - \frac{r}{(1+r)^{t-2}} - \frac{1+r}{(1+r)^{t-1}},$$

同學們可以試算一下，會發現： $PV^B = PV^T = 0$ ，² 故 RET 成立。

(2) 全體人民的賦稅現值在公債融通下為：

$$PV^B = -1 + \frac{r}{1+r} + \frac{r}{(1+r)^2} + \frac{r}{(1+r)^3} + \dots,$$

因為第一期發公債故少課一元的稅，第二期之後每期都要支付公債利息，因此會多課 r 元的稅，但因無最後一期，因此永遠不用償還本金。而若政府以定額稅來融通支出，則全體人民的賦稅現值為：

$$PV^T = 1 - \frac{r}{1+r} - \frac{r}{(1+r)^2} - \frac{r}{(1+r)^{t-3}} - \dots,$$

同學們可以試算一下，會發現： $PV^B = PV^T = 0$ ，³ 故 RET 成立。

² 同學們可以直接計算，或是參考如下技巧（這是多年前一位學生發現的）：由最後一項逐項往前加。譬如以公債融通為例，最後一項其實可簡化成： $[(1+r)^{t-2}]^{-1}$ ，再和倒數第二項相加可簡化成： $[(1+r)^{t-3}]^{-1}$ ，依此往前類推，最後便可得到 $PV^B = 0$ 。同理可得 $PV^T = 0$ 。

³ 這個計算反而比較簡單，因為是一個無窮等比級數，請同學們自行求解。

2. (1) 由反彈性法則計算出的消費稅是最有效率的稅率，因為它是由追求社會福利無謂損失最小求算出來，而無謂損失最小是經濟學對效率的定義，也就是所謂的巴雷多最適 (*Pareto optimum*, P.O.)。⁴
- (2) 由反彈性法則計算出的消費稅是最有效率的稅率，但它不是個公平的課稅方式，因為這意味著需求彈性較小的必需品稅率會比較高，而需求彈性較大的奢侈品反而稅率比較低。根據 Adam Smith 的課稅四箴言 (*four maxims*) 以及他對貨物稅 (*excise*) 的看法，⁵ 必需品不應該被課以重稅，最適當的課稅標的是比較多人會消費的奢侈品，譬如當時 (十八世紀) 的蔗糖、啤酒、菸草等商品，顯然 Smith 並不認為效率和公平是互相抵觸的，這是因為他認為政府應該在課稅四箴言限制下，追求稅收最多，而不是追求由每個人的效用加權平均而來的社會福利函數的最大，對一再否決效用概念的 Smith 而言，這應該是再自然不過的結論了。

⁴ P.O. 通常翻成柏拉圖最適，不過這不是個好的譯名，因為一方面會和著名希臘哲學家柏拉圖 (Plato) 混淆，另一方面 Pareto 是義大利經濟學家，他名字的義語發音比較接近巴雷多，所以我在此處採用這個譯名。

⁵ 細節請參考國富論，或是我的講義：<https://web.ntpu.edu.tw/~guan/courses/CapitalTax.pdf>