

MACROECONOMICS

Homework # 8

Due: May 20, 2025

1. 假設政府要對兩個商品課徵消費稅，其邊際稅率分別為： τ_1, τ_2 ，稅後商品價格上升幅度分別為： $\Delta p_1 (= \tau_1 p_1), \Delta p_2 (= \tau_2 p_2)$ ，商品消費量減少的幅度分別為： $\Delta x_1, \Delta x_2$ ，政府預算限制式為： $G = \tau_1 p_1 x_1 + \tau_2 p_2 x_2$ ，其中 G 為政府支出，假設全部由消費稅來融通。假設政府的目的是求社會福利無謂的損失最小，此無謂損失約為： $(1/2)\Delta x_1 \Delta p_1 + (1/2)\Delta x_2 \Delta p_2$ （即兩個商品 *Harberger triangle* 面積之和）。此問題可用拉式乘數 (*Lagrange multiplier*) 求解，令拉式函數為：

$$L = \{ (1/2)\Delta x_1 \Delta p_1 + (1/2)\Delta x_2 \Delta p_2 \} + \lambda \{ G - \tau_1 p_1 x_1 - \tau_2 p_2 x_2 \}$$

其中政府的選擇變數為 τ_1, τ_2 ，而 λ 為拉式乘數。請導出 Ramsey 反彈性法則

$$(\text{reciprocal elasticity rule}): \varepsilon_1 / \varepsilon_2 = \tau_2 / \tau_1,^1 \text{ 其中 } \varepsilon_1 = -\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} \frac{p_1}{x_1}, \varepsilon_2 = -\frac{\Delta x_2}{\Delta p_2} \frac{p_2}{x_2},$$

分別為兩商品需求的價格彈性（以絕對值表示）。(50%)

2. 義大利經濟學家 Vilfredo Pareto 在 1906 年提出著名的 80/20 法則，因為他觀察到義大利 80% 的土地掌握在 20% 的人手裡。跨國線上交易支付平台 PayPal 創辦人 Thiel 在他從 0 到 1 的書中曾有如下敘述：“成功的企業長得都不一樣，每家公司靠解決一個獨特的問題而贏得獨占地位；倒閉的企業則都一樣，無法從競爭中逃脫。”² Thiel 顯然認同 80/20 法則，他認為經濟學強調競爭會帶來效率是錯的，因為 80% 的利潤掌握在 20% 的人手裡，所以獨佔才是王道。你同意他的想法嗎？還是你對 80/20 法則這個所謂的“巴雷多原理 (*Pareto Principle*)”有其它的解釋？試說明之。(50%)

¹ Frank P. Ramsey, “A Contribution to the Theory of Taxation,” *Economic Journal*, 1927, 47-61.

² Peter Thiel, *Zero to One*, Crown Business, 2014, p. 34 (從 0 到 1，天下雜誌，2014，頁 52).

作業簡答

1. 政府最適化問題 (選取消費邊際稅率使社會福利的無謂損失最小) 的一階必要條件 (first-order necessary conditions) 如下：

$$(1) \quad \frac{\partial L}{\partial \tau_1} = \frac{1}{2} p_1 \Delta x_1 - \lambda p_1 x_1 = 0$$

$$(2) \quad \frac{\partial L}{\partial \tau_2} = \frac{1}{2} p_2 \Delta x_2 - \lambda p_2 x_2 = 0$$

(1) 式左右同除以 $(\Delta p_1)x_1$ ，(2) 式左右同除以 $(\Delta p_2)x_2$ ，分別可得：

$$(3) \quad \frac{1}{2}(-\varepsilon_1) = \frac{1}{2} \frac{p_1}{\Delta p_1} \frac{\Delta x_1}{x_1} = \lambda \frac{p_1}{\Delta p_1} = \lambda \frac{p_1}{\tau_1 p_1} = \frac{\lambda}{\tau_1}$$

$$(4) \quad \frac{1}{2}(-\varepsilon_2) = \frac{1}{2} \frac{p_2}{\Delta p_2} \frac{\Delta x_2}{x_2} = \lambda \frac{p_2}{\Delta p_2} = \lambda \frac{p_2}{\tau_2 p_2} = \frac{\lambda}{\tau_2}$$

最後將 (3)、(4) 兩式相除即可得： $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\tau_2}{\tau_1}$ 。

2. 競爭會帶來效率並沒有錯，但這所謂的競爭不是指經濟學的完全競爭，因為完全競爭假設每個廠商及其產品都相同，此時廠商沒有任何足以和其它廠商競爭的手段，因為沒有差異。獨佔是激烈競爭的結果，而不是原因，但如果想要維持獨佔，則仍需要和潛在競爭者做激烈的競爭，所以 Thiel 說「競爭帶來效率是錯的」，這句話只有當競爭是指完全競爭才是對的，只要不是完全競爭，那麼競爭仍會帶來效率；而獨佔是王道則必須在乘冪法則 (power law) 成立下才是對的，因為必須要有足夠大的規模 (scalable)，才能提供足夠多的獨佔利潤，否則頂多也只能達到獨占性競爭而已。Pareto 的 80/20 法則是一種乘冪法則，所以還是只有很有錢的人，譬如 Thiel，才有可能達標。